

# FNP-08: SIFAT-SIFAT LAPISAN KULIT LUAR BINTANG NEUTRON

Fera Gustina Purwati<sup>1</sup>, Anto Sulaksono<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Departemen Fisika Universitas Indonesia, Jawa Barat, Depok 16424

<sup>1</sup>[fera.gustina@sci.ui.ac.id](mailto:fera.gustina@sci.ui.ac.id)  
<sup>2</sup>[anto.sulaksono@sci.ui.ac.id](mailto:anto.sulaksono@sci.ui.ac.id)

## Abstrak

Kontribusi terbesar pada penentuan persamaan keadaan di lapisan kulit luar bintang neutron adalah kontribusi dari inti, kisi dan elektron. Kami mempelajari sifat-sifat lapisan kulit luar bintang neutron dengan menggunakan *toy model* yang pertama kali diperkenalkan oleh Roca-Maza. *Toy model* menggunakan dua asumsi yaitu inti atom sebagai tetes cairan (*Liquid Drop Model*) dan elektron sebagai gas Fermi relativistik. Hasil perhitungan numerik *toy model* kami cocokkan dengan tabel massa milik Audi untuk mengetahui variasi unsur yang ada di lapisan ini. Sedangkan untuk melihat keakuratan *toy model*, kami bandingkan dengan hasil dari referensi pada kerapatan *drip* dari neutron. Hasilnya, *toy model* ini memperlihatkan prediksi kerapatan *drip* dari neutron pada nilai  $\rho_{ND} \approx 0.26424 \text{ MeV fm}^{-3}$  dan cocok dengan unsur  $^{109}\text{Zr}$ .

Kata kunci: *lapisan kulit luar, bintang neutron, neutron drip, LDM*

## Abstract

The main contributions for determining the equation of state of the outer crust of neutron star are from nuclear, electronic, and lattice. We have already studied a toy model developing first time by Roca-Maza that use two assumptions i.e, nucleus are liquid drop (LDM) and electrons are relativistic Fermi gas. For knowing the variations of elements in the outer crust, the parameters of the model are obtained by fitting to atomic nuclear mass tables by Audi Wapstra 2003. To show the accuracy of toy model's calculation, we compare it with the result of the neutron drip in this region. This result calculation of toy model successfully showing the neutron drip on the value  $\rho_{ND} \approx 0.26424 \text{ MeV fm}^{-3}$  and that corresponding to the  $^{109}\text{Zr}$  element.

**Keywords:** *outer crust, neutron star, neutron drip, LDM*

## 1. Pendahuluan

Setelah bahan bakar suatu bintang yang hidup habis, maka bintang akan memasuki fase berikutnya yaitu menjadi bintang katai putih, bintang neutron atau bahkan menjadi lubang hitam bergantung pada massa inti bintang. Bintang dengan massa intinya mendekati massa Chandrasekhar yaitu  $1,4M_0$  dan mendekati massa TOV yaitu  $3M_0$  akan menjadi bintang neutron [3]. Struktur dari bintang ini terdiri dari atmosfer, lapisan kulit luar 0.3 km dari permukaan, lapisan kulit dalam 0,3 – 1 km dengan kerapatan  $0,3 - 0,5\rho_0$  [4], serta bagian inti luar dan inti dalam. Namun pada bintang neutron statis bagian atmosfer diabaikan. Fokus utama dalam penelitian ini adalah sifat-sifat lapisan kulit luar bintang neutron. Lapisan kulit luar bintang neutron diasumsikan terbuat dari “*cold catalyzed matter*” yaitu suatu materi yang berada pada keadaan dasar saat temperatur 0 dan dalam medan magnet *uniform* [5]. Untuk mendeskripsikan materi yang berada pada tiap lapisannya, dianalisis dari suatu persamaan keadaan yang bergantung pada model dan parameter yang

digunakan. Pada  $\rho_0 \text{ } 10^4 \text{ cm}^{-3}$  atom terionisasi karena densitas yang sangat besar.

Partikel dasar penyusun lapisan kulit bintang neutron sama seperti yang ada di sekitar kita yaitu neutron, proton dan elektron. Namun yang menjadi tantangan adalah kondisi yang jauh berbeda dan ekstrim dari kondisi dimana kita tinggal (bumi). Penelitian mengenai lapisan kulit bintang neutron pun bersinggungan dengan massa atom dengan inti-inti berat yang berada disekitar *neutron drip* atau titik jenuh neutron, dimana saat inti diberi tambahan neutron inti tidak bisa mengikat neutron tersebut.

Persamaan keadaan dari perhitungan energi dan tekanan. Kontribusi terbesar pada sistem lapisan kulit luar ini adalah dari kontribusi inti ( $\epsilon_n$ ), elektron ( $\epsilon_e$ ) dan kisi ( $\epsilon_L$ ) sehingga membentuk persamaan

$$\epsilon_{total} = \epsilon_n + \epsilon_e + \epsilon_L, \quad (1)$$

elektron diasumsikan gas Fermi relativistik yang memiliki nilai energi sebesar

$$\epsilon_e = \frac{E_e}{n_b} = \frac{1}{n\pi^2} \int_0^{k_e} k^2 \sqrt{k^2 + m_e^2} dk, \quad (2)$$

sedangkan kisi dipilih energi minimal dengan struktur bcc, yang energi nya bernilai

$$\epsilon_L = -C_L \frac{Z^2}{A^{4/3}} k_F, \quad (3)$$

yang menarik disini adalah adanya berbagai permu-  
delan dari inti, yang memiliki parameter set dan  
asumsi yang berbeda-beda. Secara umum energi dari  
inti dapat ditulis

$$\epsilon_n \equiv \frac{M(N,Z)}{Z}. \quad (4)$$

Nilai energi total, potensial kimia dan tekanan bisa  
dituliskan dengan menggabungkan besar kontribusi  
elektron, inti dan kisi, dengan membuat nilai  
ketiganya berhubungan dengan momentum Fermi  
elektron,  $k_F$ , maka didapatkan

$$\begin{aligned} \epsilon_{total}(x, y, k_F) &= \epsilon_n(x, y) + \frac{3}{4} y^{4/3} k_F - C_l x^2 y^2 k_F, \\ \mu(x, y, k_F) &= \epsilon_n(x, y) + y^{4/3} k_F - \frac{4}{3} C_l x^2 y^2 k_F, \\ P(x, y, k_F) &= \frac{n}{4} y^{4/3} k_F - \frac{n}{3} C_l x^2 y^2 k_F. \end{aligned} \quad (5)$$

## 2. Metode Penelitian

Penelitian ini dipelajari dengan mengonstruksi *toy*  
*model* [7] didasarkan pada pendekatan bahwa inti  
adalah model tetesan atau *liquid drop model* yang  
digunakan untuk menghitung massa nuklir

$$\begin{aligned} \epsilon_n(x, y, k_F) &= m_p y + m_n(1 - y) - a_v + \frac{a_s}{x} \\ &+ a_c x^2 y^2 + a_a(1 - 2y)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

dimana  $x = A^{1/3}$  dan  $y = Z/A$  merupakan fraksi  
proton (atau bisa juga elektron). Konstanta empiris  
 $a_v$ ,  $a_s$ ,  $a_c$ , dan  $a_a$  merupakan konstanta yang  
merekpresentasikan kontribusi volum, kontribusi  
permukaan, kontribusi Coulomb, dan kontribusi  
asimetri didapat dari ref [5] yang menggunakan *least-*  
*square* untuk 2049 inti. Nilai  $x$  dan  $y$  didapat dengan  
menggunakan turunan kerapatan energi total, lalu  
nilai  $x$  direduksi dalam fungsiny, sehingga didapatkan  
suatu persamaan hasil turunan energi total dalam  
fungsi  $y$

$$\begin{aligned} -\Delta m + 2a_c \left( \left( \frac{a_s}{2a_c y^2} \right)^{1/3} \right)^2 y - 4a_a \\ (1 - 2y) + y^{1/3} k_F = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Kami variasikan mulai dari 0 - 40  $k_F$  yang  
merupakan prediksi daerah lapisan kulit luar bintang  
neutron.

Sedangkan, untuk melengkapi data tekanan,  $P$ ,  
dan energi,  $\epsilon_{total}$ , dari 4 tabel paper Hempel di ref [6],

$$\begin{aligned} n_b &= A n_N \\ n_e &= Z n_N \\ \rho &= \frac{\epsilon_{total}}{c^2} \end{aligned} \quad (8)$$

yang merupakan kondisi dari netralitas bintang. Serta  
kondisi kesetimbangan termodinamika

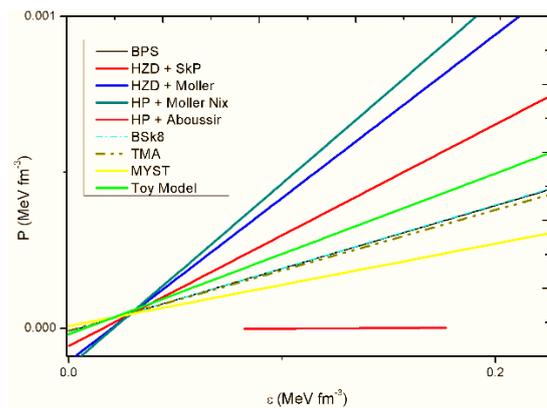
$$P = n_b^2 \frac{\partial \epsilon/n_b}{\partial n_b} \quad (9)$$

## 3. Hasil dan Pembahasan

Hasil yang didapatkan dalam meneliti ini dibagi  
dalam dua bagian yang berbeda seperti yang  
disebutkan sebelumnya. *Toy model* didapatkan  
hasilnya saat kita memvariasikan nilai tekanan Fermi,  
maka didapatkan nilai  $Z$  dan  $A$ . Diinput dalam  
persamaan energi, potensial kimia dan tekanan sistem  
secara total.

Dari kesetimbangan termodinamika didapat nilai  
tekanan. Hasil persamaan keadaan dari 8 buah tabel  
data model energi dan tekanan dapat dilihat pada  
penggambaran gambar 1. Tabel 1 sampai 7  
merupakan data dari tabel yang ada di paper Hempel.  
BPS merupakan penamaan untuk tabel data yang  
menggunakan parameter set BPS dan dicocokkan  
dengan tabel massa Myers dan Swiatecki, HZD+SkP  
merupakan data perhitungan menggunakan  
parameter SkP dan tabel massa milik Heansel, Zdunik  
dan Dobaczewski. Sedangkan HZD+Moller  
menggunakan data Moller. HP adalah penamaan  
dari Haensel dan Pichon, HP+ Aboussir  
menggunakan perumusan milik Aboussir di ref [1].  
HP+ Moller Nix adalah data dari model energi ikat  
milik Moller dan Nix. BSk8 maksudnya data dari  
massa nuklir menggunakan Skyrme parameter  
BSk8. TMA adalah model ikatan inti relativistik  
dengan menggunakan parameter set TMA, merupakan  
perubahan dari TM1 dan TM2.

Untuk melihat keakuratan pendekatan *toy model*  
serta pendekatan nilai tekanan " $P$ " pada beberapa  
model diatas, digunakan perbandingan dengan data  
yang banyak yaitu sekitar 140 data milik Miyastu  
*et al.* [8]. Data pada paper Miyastu ini adalah data  
tekanan dan energi total lapisan kulit mulai dari *outer*  
*crust* sampai *inner crust*, data yang diambil untuk  
perbandingan yang bernama MYST adalah lapisan  
kulit luar.



**Gambar 1.** Persamaan keadaan untuk berbagai  
macam model inti.

Hasilnya, didapatkan sembilan grafik data di  
gambar 1, namun yang terlihat hanya 8 grafik karena  
grafik BPS dan BSk8 yang berhimpit. Dua data

tersebut merupakan data yang disajikan di paper Hempel, dan data TMA yang mendekati nilai dua grafik tersebut. Untuk data hasil dari *toy model* didapatkan 40 data tekanan terhadap energi digambarkan dalam grafik yang berwarna hijau,

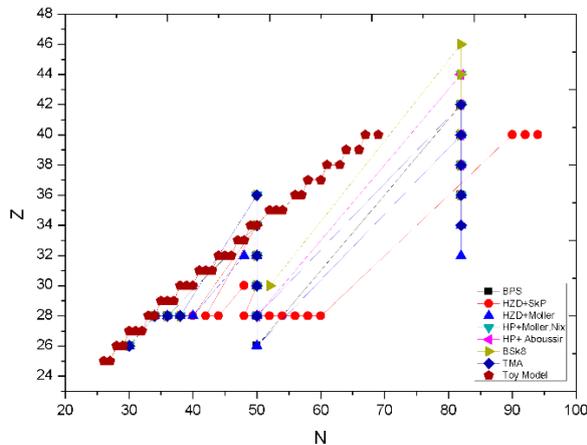
hasilnya cukup mendekati grafik data referensi BPS, BSk8 dan TMA. Grafik berwarna kuning adalah data milik Miyatsu. Sedangkan grafik lain yang makin

**Tabel 1.** Hasil perbandingan neutron drip dari tiap model inti dan hasil dari *toy model*.

$\mu_e$ (MeV)	$\rho_{ND}$ (MeV fm <sup>-3</sup> )	$n_b$ (fm <sup>-3</sup> )	Unsur	Z	N	Label data
26.19	0.24233	2.59E-4	<sup>118</sup> Kr	36	82	BPS
26.26	0.24962	2.67E-4	<sup>134</sup> Zr	40	94	HZD+SkP
26.82	0.28328	3.02E-4	<sup>114</sup> Ge	32	82	HZD+Moller
26.19	0.24289	2.59E-4	<sup>118</sup> Kr	36	82	HP+Moller Nix
26.05	0.22999	2.45E-4	<sup>120</sup> Sr	38	82	HP+Aboussir
26.09	0.23952	2.56E-4	<sup>118</sup> Kr	36	82	BSk8
26.29	0.25523	2.73E-4	<sup>116</sup> Se	34	82	TMA
28.66	0.26424	2.82E-4	<sup>109</sup> Zr	40	69	Toy Model

menjauhi yaitu berturut-turut grafik milik HZD+SkP 17 data, HZD + Moller 13 data, HP + Moller Nix 12 data, dan yang paling jauh adalah data milik HP+Aboussir yang hanya berjumlah 3 data. Kesemua data antara tekanan dan energi menunjukkan tren yang sama yaitu semakin tinggi tekanannya energi sistem semakin tinggi juga namun kemiringannya berbeda.

Selain membandingkan persamaan keadaannya, dilihat juga nilai *neutron drip*, yang dilihat dari nilai perbandingan nilai proton Z dan neutron N yang di gambarkan di gambar 2.



**Gambar 2.** Perbandingan nilai N, Z untuk berbagai macam model inti.

Titik prediksi perbandingann N dan Z ada 3 titik dari beberapa model. Pertama adalah nilai prediksi Z 40 dan N 69 yaitu prediksi dari *toy model*. Kedua adalah titik prediksi isoton N 82 dengan beberapa prediksi Z yang berbeda yaitu sekitar 32 – 38 yang merupakan prediksi model selain dari *toy model* dan HZD+SkP karena prediksi model HZD+SkP ini nilai N 94 dan Z 40. Nilai perbandingan N dan Z ini tidak kami lakukan pendekatan, jadi nilai grafik 1 – 7 merupakan data dari paper Hempel, sedangkan yang kami dapatkan adalah data dari *toy model*. Terlihat bahwa prediksi nilai perbandingan

N dan Z dari *toy model* adalah prediksi nilai yang terkecil dibandingkan model-model lain. Perbedaan nilai ini bergantung pada kekuatan parameter set yang digunakan. *Toy model* ini model yang sederhana hanya menggunakan pendekatan LDM yang mengabaikan beberapa efek kuantum. Untuk memperlihatkan perbedaan prediksi tiap model, kami perlihatkan pada Tabel data 1. Pada tabel ini juga diperlihatkan prediksi potensial kimia, neutron drip, jumlah barion, dan nama unsur. Nama unsur ini dicocokkan dengan tabel massa atomik yang berbeda-beda. Untuk *toy model* dicocokkan dengan tabel massa terbaru tahun 2003 milik Audi [2].

#### 4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil perhitungan persamaan keadaannya, didapatkan bahwa beberapa model *outer crust* bintang neutron konsisiten terhadap kesetimbangan hukum termodinamika namun jumlah data yang digunakan harus diperhatikan karena mempengaruhi hasil. Semakin sedikit jumlah data yang diolah semakin sulit melihat kekonsisten model tersebut. Sedangkan untuk hasil *toy model* dari asumsi LDM, didapatkan prediksi nilai *neutron drip* yaitu  $\rho_{ND} \approx 0.26424$  yang cukup mirip dengan prediksi model lain, namun prediksi unsurnya hanya bisa mencapai nilai nomor massa <sup>109</sup>Zr yang berarti jauh dari prediksi model lain yang sekitar <sup>118</sup>Kr, <sup>134</sup>Zr, <sup>114</sup>Ge, <sup>120</sup>Sr, dan <sup>116</sup>Se. Hal itu menunjukkan bahwa prediksi *toy*

*model* memiliki nilai perbandingan  $Z$  dan  $N$  yang lebih kecil dibandingkan dengan model lain.

## Ucapan Terimakasih

Terimakasih kepada pihak yang mendukung dalam penelitian ini, untuk sivitas akademika Departemen Fisika Universitas Indonesia dosen – dosen ,serta teman-teman di Lab Teori terimakasih atas diskusi dan semua bantuannya.

## Daftar Acuan

- [1] Y. Aboussir, J.M. Pearson, A.K. Dutta, and F. Tondeur, Thomas-Fermi Approach to Nuclear-Mass Formula IV. The ETFSI-1 Mass Formula, J. Nuclear Physics. A549 (1992), p. 155.
- [2] Audi, Wapstra, and Thibault. The AME2003 Atomic Mass Evaluation. Nuclear Physics. A729 (2003), p 337.
- [3] M.Prakash, T.L. Ainsworth, and J.M. Lattimer, Neutron Star Structure and the Maximum Mass of Neutron Stars. Physical Review Letter. 61 (1988), p22.
- [4] M.Okamoto, T.Maruyama, and K.Nakazato. Nuclear “pasta” structures in low-density nuclear matter and properties of the neutron-star crust. Physical Review C. 88 (2013), 02501.
- [5] N. Chamel, and P.Haensel. Physics of Neutron Star Crusts. Living Review Relativity. 11 (2013). 10.
- [6] S.B. Ruster, M.Hempel, and J. Schaffner-Bielich. Outer Crust of Nonaccreting Cold Neutron Stars. Physical Review C. 73 (2006), 035804.
- [7] X.Roca-Maza, and J. Piekarewicz. Impact of the Symmetry Energy on the Outer Crust of Nonaccreting Neutron Stars. Physical Review C. 78 (2008). 025807.
- [8] T. Miyatsu, S. Yamamuro, and K. Nakazato. A new equation of state for neutron star matter with nuclei in the crust and hyperons in the core (2013) arXiv: 1308.6121 [astro-ph.HE].